Gonzalo Recio

Universidad Católica Argentina

Kurt Gödel y San Agustín

Platonismo matemático y la existencia de Dios

Recepción: Octubre 2012
Aceptación: Octubre 2012

Resumen

El trabajo explica el siguiente razonamiento: si las verdades matemáticas no son creación humana, entonces necesariamente hay que aceptar la existencia de un Intelecto Eterno que sea su sustento metafísico. La premisa es defendida a partir del descubrimiento gödeliano de la imposibilidad de formalizar la totalidad de las matemáticas en un sistema deductivo formal. A partir de allí se muestra la necesidad de admitir una existencia eidética objetiva de las “entidades matemáticas”. Luego, tomando un argumento de San Agustín en *De libero arbitrio*, se llega a la necesidad de la existencia de Dios como Intelecto que sostiene el ser de las Ideas.

Palabras clave

Platonismo. Matemáticas. Gödel. Agustín. Dios.

Resumo

O trabalho explica o seguinte raciocinio: se as verdades matemáticas não são criação humana, então necessariamente tem de aceitar a existência de um Inteleto Eterno que seja seu sustento metafísico. A premissa é defendida a partir da descoberta godeliana da impossibilidade de formalizar a totalidade das matemáticas em um sistema formal dedutivo. A partir dali mostra-se a necessidade de admitir uma existência objetiva eidética das "entidades matemáticas". Então, tomando um argumento de São Agostinho em *De Libero Arbitrio*, chega-se à necessidade da existencia de Deus como Inteleto que segura o ser das idéias.

Palabras-chave

Platonismo. Matemática. Gödel. Agostinho. Deus.

En octubre de 1963 Gödel escribía en carta a su familia a propósito de un artículo publicado respecto de sus resultados sobre incompletud: “En todo caso era esperable que tarde o temprano se hiciera uso de mi prueba de manera favorable a la religión: ciertamente tal uso está, en cierto sentido, justificado”.[1] En este breve artículo intentaremos reconstruir las líneas generales de la conexión que Gödel pensaba era justificado hacer entre su famoso trabajo sobre incompletud y la cuestión de la existencia de Dios, núcleo central de la temática religiosa.

Tras una introducción conceptual necesaria, el trabajo estará dividido en tres partes: en la primera se describirán los resultados obtenidos por Gödel en su primer teorema de incompletud. En la segunda nos enfocaremos en la conexión que el lógico austríaco veía entre estos resultados y el platonismo matemático. Por último, consideraremos un texto de San Agustín en donde el Padre de la Iglesia, partiendo de una posición platónica asimilable a la de Gödel, quiere probar la existencia de Dios.

Es preciso referirnos sucintamente, antes de entrar de lleno en la cuestión, a algunas nociones básicas previas que hace falta entender para comprender la dirección e importancia del trabajo de Gödel, fundamentalmente a dos propiedades de los sistemas axiomáticos que están íntimamente ligadas: la decidibilidad y la completud. De un sistema axiomático se dice que es decidible si es posible demostrar o refutar cualquier proposición que esté bien construida según sus reglas de formación mediante una serie finita de pasos deductivos. Esto es, que al menos teóricamente es posible decidir si cualquier proposición bien formada pertenece o no pertenece al sistema. Cuando existen proposiciones que no se pueden demostrar ni refutar a partir de los axiomas según las reglas de deducción del propio sistema, se dice que ese sistema es indecidible. Un ejemplo sencillo de esto podría darse si se consideran a los primeros cuatro postulados de los *Elementos* de Euclides como un sistema axiomático, y luego se intenta demostrar o refutar el quinto postulado, el llamado “de las paralelas”, a partir de ellos. El sistema así considerado es indecidible, pues como sabemos hoy en día el quinto postulado es independiente de ellos, que ni lo demuestran ni lo refutan. Ni el quinto postulado ni su contradictoria son teorema en el sistema que armamos con los cuatro primeros postulados.

La contracara de la decidibilidad, por otro lado, es la propiedad de completud. Un sistema será completo si de toda proposición bien formada se puede decir que o ella o su contradictoria pertenecen al sistema, son teorema en el sistema. Si una proposición es indecidible, por tanto, respecto de un sistema, quiere decir que ese sistema es también incompleto, pues habrá proposiciones bien construidas que no pertenecerán al mismo, es decir, que no se deducirán de sus axiomas y que sin embargo serán "verdaderas", en cuanto su interpretación en un modelo del sistema –por ejemplo la aritmética– se corresponderá con una verdad.

Las propiedades recién mencionadas revisten una importancia capital para comprender las cuestiones y motivos que constituyeron el marco del descubrimiento gödeliano.

1. La inagotabilidad de las matemáticas

Entre 1910 y 1913 Bertrand Russell y Alfred Whitehead publicaron, en un fenomenal trabajo conjunto, los tres volúmenes de *Principia Mathematica*. Allí, y siguiendo los trabajos de Frege y Peano, los autores expusieron las principales partes de las matemáticas como un sistema deductivo formal, en el cual se deduce cada teorema a partir de un conjunto finito de axiomas siguiendo unas determinadas reglas de inferencia. Su trabajo, si bien no fue el único en esta línea, marcó un punto de inflexión en el intento de axiomatizar la totalidad de las matemáticas en un único sistema formal. Esta última cuestión, sin embargo, permanecía elusiva. El mismo Gödel la plantea al inicio del opúsculo que lo haría famoso: refiriéndose al sistema de Russell y Whitehead, y a otros semejantes, el joven lógico nos dice:

> "Los sistemas formales más amplios construidos hasta ahora son el sistema de Principia Mathematica (PM) y la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo-Fraenkel (desarrollada aún más por J. von Neumann). Estos dos sistemas son tan amplios que todos los métodos usados hoy en la matemática pueden ser formalizados en ellos, es decir, pueden ser reducidos a unos pocos axiomas y reglas de inferencia. Resulta por tanto natural la conjetura de que estos axiomas y reglas basten para decidir todas las cuestiones matemáticas que puedan ser formuladas en dichos sistemas".[2]

En 1930, con apenas 25 años, Kurt Gödel expuso, en conferencia en la Academia de Ciencias de Viena, un pequeño trabajo de apenas más de 20 páginas en el que mostraba que esa conjetura era errónea. En esa comunicación, titulada *Sobre proposiciones formalmente indecidibles en* Principia Mathematica *y sistemas afines*, el autor demostraba, en primer lugar, que existían proposiciones que estaban correctamente construidas según las reglas de formación del sistema ideado por Russell y Whitehead, pero que ni ellas ni su contradictoria se deducían de los axiomas del mismo sistema. Puesto que alguna de las dos debía necesariamente de ser verdadera, su argumento demostró inequívocamente la incompletud del sistema de *Principia Mathematica*. No hubiera sido esto suficiente, desde ya, para otorgarle a Gödel el lugar destacado que tiene en la historia de la lógica. Apenas hubiera constituido su opúsculo, si esto fuera todo, el descubrimiento de los límites de la obra mencionada. Lo verdaderamente destacado fue lo que se hallaba implícito en las últimas palabras del título: "*...y sistemas afines*", pues con ellas se refería a todos aquellos sistemas que tuvieran la complejidad o potencia suficientes como para formalizar la teoría de números enteros, es decir, la simple aritmética, una de las ramas más antiguas y en cierto sentido más sencillas de las matemáticas. La incompletud del sistema de *Principia Mathematica* resultaba, en cierto modo, un hecho accidental en el argumento gödeliano, pues lo significativo era que quedaba demostrado que todos los sistemas que pudieran formalizar la aritmética eran necesariamente incompletos, lo que implicaba que sin importar cuán complejo fuera el sistema axiomático formal, siempre habría proposiciones matemáticas verdaderas que no serían probadas a partir de los axiomas del sistema formal correspondiente. En definitiva, Gödel demostró que la aritmética, y por lo tanto todas las matemáticas, son imposibles de formalizar en un sistema deductivo, pues las proposiciones aritméticas verdaderas excederán siempre el poder formalizador del propio sistema. Aunque siempre será posible extender el sistema axiomático con el cual tratemos para que queden incorporadas en él aquéllas proposiciones, Gödel mostró que entonces podremos encontrar nuevas proposiciones que estarán, nuevamente, fuera del alcance del sistema.[3]

2. Incompletud y platonismo matemático

Más allá de las implicancias lógicas que este descubrimiento tenía, Gödel lo consideraba un argumento decisivo a favor de lo que él mismo llamaba *platonismo matemático*. Ha habido muchas discusiones acerca de si el famoso trabajo de Gödel respondió a un interés por sustentar sus posiciones filosóficas o si éstas aparecieron a raíz de sus descubrimientos lógicos. Lo cierto es que parece que desde su temprana juventud Gödel sostuvo, aunque no siempre públicamente, una postura platónica.[4] Esto –como él mismo se encargó de remarcar a lo largo de toda su vida– iba a contrapelo de la opinión generalmente aceptada, fundamentalmente gracias a los grandes éxitos que la formalización de las matemáticas habían permitido en los años precedentes, y al enorme ascendiente que Hilbert tenía en la filosofía de la matemática de la época.

El mapa de la filosofía de las matemáticas a principios del siglo XX nos muestra un vasto panorama en donde conviven, de modo conflictivo, posiciones muy diversas. Las clasificaciones posibles son, por tanto, múltiples. Aquí nos limitaremos a describir sucintamente tres de ellas, en orden a ubicar la intención gödeliana al escribir su trabajo. El criterio usado será la concepción que cada una mantenga respecto de la naturaleza de los entes matemáticos. Primero, el llamado logicismo matemático, que proponía que las matemáticas podían en última instancia ser reducidas a las leyes fundamentales de la lógica, de las cuales no eran más que una complicación. En segundo lugar, el formalismo, en donde las matemáticas son –para ponerlo en los términos de David Hilbert– una especie de juego en el cual manipulamos una serie de símbolos carentes de un significado esencial, según una serie de reglas arbitrarias. El significado de los símbolos matemáticos viene dado por el "rol" que juegan los símbolos en el sistema, de modo análogo en que las piezas del ajedrez son definidas por el papel que desempeñan en el tablero.[5] En esta concepción, entonces, las matemáticas son una actividad mental autónoma, sin ninguna conexión con algún objeto extramental, y los objetos matemáticos existen así sólo en cuanto invención o creación del matemático, del mismo modo en que las reglas del ajedrez existen sólo en cuanto haya jugadores de ajedrez.

Por último vamos a referirnos al platonismo matemático, cuyo máximo exponente contemporáneo es el mismo Gödel. En sus trabajos de juventud, si bien a la distancia es fácil entrever su postura platónica respecto a las matemáticas, no hay alusiones explícitas a este tema. El propio trabajo sobre incompletud apenas menciona alguna cuestión que no se relacione inmediatamente con la prueba lógica que está tratando. Sólo años después, y probablemente gracias a la confianza que su merecida fama le trajo, se animó a exponer sus ideas filosóficas. En 1951, por ejemplo, dio una conferencia en la reunión anual de la Sociedad Americana de Matemáticas, en la cual se dedicó a explicar algunas consecuencias filosóficas de sus trabajos lógicos. Como ya dijimos, consideraba que sus descubrimientos sobre la inagotabilidad de las matemáticas daban al platonismo un argumento decisivo. El platonismo matemático, para decirlo en pocas palabras, consiste en:

> "[…] la concepción de que la matemática describe una realidad no sensible, que existe independientemente tanto de los actos como de las disposiciones de la mente humana, y que es solo percibida por ella, aunque probablemente de forma incompleta".[6]

Las dos características fundamentales según las cuales podemos describir la visión gödeliana son, entonces: a) hay objetos matemáticos tales como los números que existen independientemente de las condiciones espacio-temporales de la naturaleza física –es decir que son eternos– y de nuestra actividad mental; y b) nuestras teorías matemáticas describen tales objetos, pero no de un modo exhaustivo.

En este momento no nos interesa indagar en la naturaleza del fenómeno mismo de la intelección matemática, es decir, del modo según el cual nuestra inteligencia entra en contacto con aquélla realidad suprasensible en la cual moran los objetos matemáticos.[7] Sin embargo, para entender el argumento gödeliano es necesario al menos retomar la cuestión de la incapacidad humana para axiomatizar las matemáticas, incapacidad que él dejó probada en su trabajo de 1930, del que ya hablamos antes. Es justamente esta incapacidad la que le indica a Gödel la independencia de las matemáticas respecto de la mente humana. Si bien como ya dijimos era reacio a exponer sus posturas más filosóficas, en la conferencia recién mencionada nos deja algunos párrafos que la delinean con bastante claridad. Atacando el formalismo, indica el problema de compatibilizar la visión de las matemáticas como creación humana con el hecho de su inagotabilidad. Este hecho, según él,

> "[…] parece refutar la concepción de que la matemática (en cualquier sentido) es sólo nuestra propia creación. Pues el creador conoce necesariamente todas las propiedades de sus criaturas, ya que ellas no pueden tener más propiedades que aquellas que él les ha dado".[8]

Y a continuación sigue diciendo que:

> "[…] parece implicar que los objetos y hechos matemáticos, o al menos algo en ellos, existen objetiva e independientemente de nuestros actos mentales y decisiones, es decir, supone alguna forma de platonismo o «realismo» respecto a los objetos matemáticos".[9]

Resumiendo, la idea nuclear de Gödel puede sintetizarse del siguiente modo: si el matemático puede saber con certeza que, sea cual sea el sistema axiomático que esté manejando, siempre existirán proposiciones matemáticas verdaderas que no estarán contenidas en él, entonces está implícitamente aceptando que la existencia misma de proposiciones matemáticas verdaderas en cuanto tales no depende de que ellas existan como parte de un sistema axiomático realmente construido por un hombre. Y si su existencia, que se reconoce, no depende de su pertenencia a un sistema axiomático construido por un hombre, ya sea de modo explícito en sus teoremas, ya sea virtualmente en sus axiomas, entonces debe depender de un principio que no sea la capacidad intelectual humana. En pocas palabras: el sustento entitativo de tales proposiciones no puede ser, al menos en algunos casos, la mente humana. Para Gödel los *objetos* matemáticos, por tanto, tienen una existencia eidética objetiva, independiente de nuestra inteligencia, la cual es capaz, no obstante, de entrar en contacto con ellos mediante actos que exceden todo mecanismo deductivo. La misma posibilidad de captar la verdad de una proposición que es sin embargo externa al sistema deductivo con el que trabaja el matemático es para él la prueba experimental de tal función intuitiva de su mente. Sin lugar a dudas esto abre importantes caminos de investigación sobre las capacidades mentales humanas. Gödel mismo creía que la mente humana, al tener capacidades que van más allá de la mera deducción o, en términos contemporáneos, de la mera computabilidad, excedía por tanto las posibilidades que cualquier órgano material pudiera sustentar, y le asignaba al menos bajo ciertos aspectos y respecto de ciertas funciones, un soporte supra-material.

3. *De libero arbitrio II:* verdades matemáticas y mente divina

¿Y qué sucede respecto de Dios? Gödel tenía un temperamento en cierto modo religioso: creía en la vida después de la muerte, en la existencia de Dios, etc. Incluso es el autor de una curiosa versión del argumento ontológico en un lenguaje completamente formalizado. Consideraba a los fenómenos del espiritismo dignos de un estudio científico serio y admitía una ignorancia profunda del hombre respecto de muchas cosas consideradas por otros como mera fantasía religiosa. No conocemos, sin embargo, ningún texto en donde relacionara sus resultados sobre incompletud con el tema de Dios. Creemos que no por eso es legítimo suponer que desconocía las implicancias que podía esta cuestión llegar a tener en ese campo. La carta citada al inicio en cierto modo evidencia que debe suponerse más bien lo contrario. Sea como sea, para ilustrar la conexión del platonismo matemático con la existencia de Dios tomaremos una parte del *De libero arbitrio* de San Agustín, más precisamente algunos capítulos del libro II. La obra, que debe ubicarse en los años inmediatamente posteriores a la conversión de Agustín, tiene una intención abiertamente polémica en contra de las doctrinas maniqueas. Escrita en forma de diálogo, reproduce literariamente algunas conversaciones que el Santo tuvo con uno de sus amigos, otro converso y antiguo maniqueo, Evodio. El tema central que atraviesa los tres libros es el origen del mal, punto neurálgico de toda la disputa entre los católicos y los maniqueos en aquellos tiempos.

Luego de aclarar el origen del pecado y de adjudicárselo al libre albedrío del hombre, Evodio pregunta por la razón para que Dios le haya dado al hombre algo que le produjo tantos males. Entonces Agustín propone una serie de pasos que permitirán despejar aquélla duda. Comienza diciendo:

> "[…] intentemos primero una prueba evidente de la existencia de Dios; veamos después si proceden de Él todas las cosas, en cuanto a todo lo que tienen de buenas, y, por último, si entre los bienes se ha de contar la voluntad libre del hombre. Una vez que hayamos dilucidado estas cuestiones, creo que quedará claro si le ha sido dada o no razonablemente".[10]

Es la primera parte del programa que seguirá el Doctor de Hipona la que nos interesa, pues para alcanzar esa "prueba evidente" Agustín se apoya justamente en una posición platónica respecto de las proposiciones matemáticas. Tras hablar de las excelencias de la razón humana, Agustín pregunta a Evodio: "¿Qué dirías si pudiéramos encontrar un ser de cuya existencia y preeminencia sobre nuestra razón no pudieras dudar? ¿Dudarías acaso de que este ser, fuere el que fuere, era Dios?".[11] Luego de hacer algunas distinciones, Agustín finaliza:

> "Me bastará, por tanto, demostrar que existe tal ser, el cual confesarás que es Dios, y, si hubiere algún otro más excelente, confesarás que este mismo es Dios. Por lo cual, ya sea que exista algo más excelente, ya sea que no exista, verás de todos modos que, evidentemente, Dios existe, cuando con la ayuda de este mismo Dios hubiere logrado demostrarte lo que te prometí, o sea, que hay un ser superior a la razón".[12]

Agustín propone, y su interlocutor acepta, que si pueden encontrar algo superior a la inteligencia humana, eso será signo inequívoco de la existencia de Dios. Aunque puede parecer que la aceptación de la propuesta agustiniana por parte de Evodio es un tanto apresurada, cuando más tarde veamos en qué tipo de superioridad está pensando Agustín se podrá ver el motivo profundo para identificar a aquello superior a la razón como indicativo de la existencia de Dios. Pocos capítulos después, Agustín pregunta a Evodio:

> “[…] atiende, y dime si hay alguna cosa que pueda ser objeto común a todos los raciocinantes, viéndola, no obstante, todos y cada uno como propia con su propia razón y su mente propia, y que, siendo de por sí visible a todos y estando a disposición de todos, ni sufra alteración por el uso que de ella hacen los que de ella disponen a voluntad, como el alimento o la bebida, sino que permanezca íntegra e incorrupta, véanla o no la vean. ¿Piensas quizá que no existe nada que tenga estas propiedades?”.[13]

Y Evodio responde:

> “Al contrario, veo que hay muchas cosas de esta naturaleza, de las cuales basta que mencionemos una, a saber, la razón y verdad de los números, que está a disposición de todo ser racional, que cada calculador puede intentar aprenderla con su razón e inteligencia, y unos pueden comprender fácilmente, otros con más dificultad y otros, finalmente, no pueden de ninguna manera comprenderla, no obstante de que ella está igualmente a disposición de todos los que son capaces de comprenderla; y cuando alguien la percibe, no por esto se transforma, ni convierte como en su propio alimento, ni tampoco se desvirtúa cuando alguien se engaña respecto de ella, sino que, permaneciendo ella en toda su verdad e integridad, el hombre es el único que cae en error, tanto más grande cuanto menos la alcanza a ver”.[14]

Agustín alaba esta respuesta, y continúa su discurso mostrando de qué modo esto se da:

> “[…] siguiendo el orden de los números, vemos que después del uno viene el dos, el cual comparado con el uno es doble, y que el duplo de dos no sigue inmediatamente al dos, sino que entre éste y el cuatro, que es el duplo de dos, se interpone el tres. Y esta relación, en virtud de una ley certísima e inconmutable, es constante en toda la serie de los números, de forma que después de la unidad, o sea después del primero de todos los números, es el primero, exceptuada la unidad, el duplo de ésta, es decir, el que contiene dos veces a la unidad, y por eso al uno sigue el dos. Y después del segundo, esto es, después del dos, prescindiendo de él, el segundo es el que contiene a su duplo; porque, en efecto, después del dos, el primero es el tres y el segundo el cuatro, duplo del segundo. Después del tercero, esto es, del ternario, quitado él, el tercero es su duplo; porque después del tercero, o sea después del tres, el primero es el cuatro, el segundo el cinco y el tercero el seis, que es duplo del tercero. Y del mismo modo, después del cuatro, no contándole a él, el que viene en cuarto lugar es el duplo de cuatro; o como antes decíamos, después del cuarto, o sea del cuatro, el primero es el cinco, el segundo el seis, el tercero el siete y el cuarto el ocho, que es el duplo del cuarto. Y siguiendo así por toda la serie de los restantes, encontrarás en todos los números lo que has comprobado en la suma de los primeros, en el uno y en el dos; comprobarás

> que un número cualquiera consta de tantas unidades, a contar desde la primera inclusive, cuantas son las que median entre él y su duplo […] Éstas y otras muchas pruebas de este género me obligan a confesar a todos aquellos a quienes Dios ha dotado de capacidad para la discusión, y sobre quienes la pertinacia no ha proyectado aún sus tinieblas, que las relaciones y verdades de los números no es objeto de los sentidos del cuerpo, y que es inmutable y purísima y que su visión es común, o se ofrece por igual a todos los que son capaces de raciocinio”.[15]

Luego de enunciar la sencilla ley matemática según la cual entre x y $2x$ hay, incluyendo a x, x cantidad de números,[16] nos dice que esa proposición está allí presente frente a los seres inteligentes para conocerla análogamente a como puede estar algo coloreado frente al vidente, sólo que en este caso el objeto no es algo mutable sino inmutable y eterno. Aquí vemos el tipo de superioridad al que se refería Agustín: las proposiciones matemáticas son superiores al hombre en tanto no están sujetas a cambio, son eternas o *inmutables*. Esto es exactamente el núcleo del platonismo matemático al que adscribe también Gödel. Él mismo se explaya poco después:

> “Ahora bien, esta verdad, de la que tan largo y tendido venimos hablando, y en la cual, siendo una vemos tantas cosas, ¿piensas que es más excelente que nuestra mente, o igual, o inferior? Si fuera inferior, no juzgaríamos según ella, sino que juzgaríamos de ella, como juzgamos de los cuerpos, que son inferiores a la razón; y decimos con frecuencia no sólo que son o no son así, sino que debían o no debían ser así. […] [Pero] cuando alguien dice que las cosas eternas son superiores a las temporales o que siete y tres son diez, nadie dice que así debió ser, sino que, limitándose a conocer que así es, no se mete a corregir como censor, sino que se alegra únicamente como descubridor. Pero si esta verdad fuera igual a nuestras inteligencias, sería también mudable, como ellas. Nuestros entendimientos a veces la ven más, a veces menos, y en eso dan a entender que son mudables; pero ella, permaneciendo siempre la misma en sí, ni aumenta cuando es mejor vista por nosotros ni disminuye cuando lo es menos, sino que, siendo íntegra e inalterable, alegra con su luz a los que se vuelven hacia ella y castiga con la ceguera a los que de ella se apartan. ¿Qué significa el que juzgamos de nuestros mismos entendimientos según ella, y a ella no la podemos en modo alguno juzgar? Decimos, en efecto, que entiende menos de lo que debe o que entiende tanto cuanto debe entender. Y es indudable que la mente humana tanto más puede cuanto más pudiere acercarse y adherirse a la verdad inconmutable. Así, pues, si no es inferior ni igual, no resta sino que sea superior”.[17]

Siguiendo el programa que se había trazado, Agustín muestra que las verdades matemáticas son en cierto modo superiores a nuestra inteligencia en razón de su eternidad e inmutabilidad. Y aquí alcanza el escalón buscado desde el inicio de la discusión:

> "Tú me habías concedido que, si te demostraba que había algo superior a nuestras inteligencias, confesarías que ese algo era Dios, si es que no había aún algo superior. Yo, aceptando esta tu confesión, te dije que bastaba, en efecto, que demostrara esto; porque, si hay algo más excelente, este algo más excelente es precisamente Dios, y si no lo hay, la misma verdad es Dios. Que haya, pues, o no algo más excelente, no podrás negar, sin embargo, que Dios existe, que es la cuestión que nos habíamos propuesto tratar y discutir".[18]

Así deja el Padre su argumento, y nos deja a nosotros con la tarea de explicitarlo: toda la prueba agustiniana se reduce, en última instancia, a la identificación entre Ideas y Dios tan común en el platonismo cristiano[19] y, a decir verdad, en la toda la tradición cristiana posterior.[20] Podemos arriesgar incluso la hipótesis de que el mismo Platón llegó a entrever esto en República.[21] Como sea, para Agustín si las Ideas existen, éstas son Dios mismo en tanto todo en Él se identifica con su infinita sustancia. El que estemos hablando acerca de Ideas matemáticas, en última instancia, es accidental. San Agustín asume una posición platónica respecto de las matemáticas que le viene dada por la tradición neoplatónica de la que abreva. Sus argumentos para sostenerla, si bien como vimos no son banales,[22] no poseen –ni podrían hacerlo– la complejidad de las ideas gödelianas. Entre las vidas de uno y otro, Kant había replanteado con su obra, de un modo nuevo y más profundo, toda la cuestión.

La sabiduría de San Agustín, que afirmaba la presencia divina al final de todo camino verdaderamente filosófico, no podía menos que ver en la eternidad de las verdades matemáticas una huella que indicaba su cercanía con Dios. Toda verdadera ciencia, en tanto nos permite tocar el aspecto perenne que hay en las cosas, es para él –y para nosotros– camino a Dios. Las matemáticas constituyen quizá uno especialmente apto para esto, en razón de la certeza que alcanzamos al conocer sus proposiciones. Es este el motivo por el cual el Padre Africano las pone en boca de Evodio para ejemplificar el conocimiento de lo eterno. Quien conoce de matemáticas, conoce acerca de lo que no cambia ni puede cambiar. De allí a Dios hay apenas unos pasos.

5. CONCLUSIONES

¿Y qué sucede respecto de Dios? Gödel tenía un temperamento en cierto modo religioso. El artículo comienza conectando la demostración de la incompletud esencial de las matemáticas con la postura llamada *realismo matemático*. La conveniencia del paso de una a otra fue señalada por el propio Gödel, como vimos. De todos modos, él mismo siempre quedó disconforme con la manera en la que la cuestión había sido presentada. Y no estaba errado. De hecho, hasta el día de hoy su obra lógica sigue siendo utilizada para apoyar tanto diversas formas de realismo como de anti-realismo. Es necesario mucho trabajo todavía para que las implicancias filosóficas de la incompletud queden delineadas con mayor claridad. Creemos sin embargo, al igual que Gödel, que ellas encuentran en el realismo matemático su desembocadura más natural.

La conclusión agustiniana, cuya inclusión puede parecer un tanto anacrónica, es no obstante completamente adecuada y oportuna. San Agustín comienza asumiendo la existencia objetiva de las verdades matemáticas, y a partir de allí nos lleva hasta la afirmación de la existencia de Dios. Toda verdad dice relación a una inteligencia. Puesto que las verdades que el matemático descubre no están sujetas a cambio, su sustento metafísico no puede ser la inteligencia humana del matemático que las afirma, sino un Intelecto Eterno que pueda ser capaz de sostenerlas eternamente. La superioridad de las proposiciones matemáticas, como dijimos, radica en su inmutabilidad, la cual es no obstante percibida como tal por la inteligencia humana. El Padre de la Iglesia culmina así todo el argumento. La profundidad metafísica que poseía le permite llevar su platonismo matemático hasta las últimas consecuencias, adentrándose en los terrenos teológicos y místicos a los que, según él, están naturalmente ordenados todos los saberes.

---

[1] WANG, H., *A logical journey; from Gödel to philosophy*, Bradford, New York, 1997, 45.

[2] GÖDEL, K., *On formally undecidable propositions of* Principia Mathematica *and related systems*, trad. MELTZER, B., Dover¸ New York, 1962, 37-38.

[3] El argumento de Gödel, si bien en el fondo es simple, implica un gran esfuerzo de comprensión, especialmente para aquéllos que no están familiarizados con las nociones, términos y símbolos empleados. Por ello su explicación queda completamente fuera del alcance de este trabajo. Para ello el lector puede consultar NAGLE, E.; NEWMAN, J., *Gödel's proof*, York University Press, New York, 2001; o la introducción de BRAITHWAITE, R., a la primera traducción al inglés del trabajo de GÖDEL, K., *On formally undecidable propositions of Principia Mathematica and related systems*, Dover¸ New York, 1962.

[4] "Desde entonces [1926] hasta 1928 asistió [a las reuniones del Círculo de Viena] regularmente (más tarde, sólo en ocasiones). Sin embargo en años posteriores se preocupó en dejar bien claro que desde el inicio de su participación no estuvo de acuerdo con las opiniones del Círculo. Rechazaba en particular la idea –sostenida especialmente por Carnap– de que las matemáticas debían ser entendidas como «sintaxis del lenguaje». Se mantuvo alejado, no obstante, de la controversia, y así evitó hacer críticas abiertas a los principios del Círculo. Como era su costumbre, en reuniones de ese tipo la mayor parte del tiempo se contentaba con escuchar lo que otros tenían para decir, y sólo ocasionalmente intervenía con comentarios incisivos". DAWSON, J., *Logical dilemmas; the life and work of Kurt Gödel,* Peters, USA, 1997, 26. En sus últimos años, escribiría al respecto a otro de sus biógrafos: "He sido un realista conceptual y matemático desde alrededor de 1925 [cuando tenía 20 años]. Nunca sostuve la idea de que las matemáticas son sintaxis del lenguaje. Esta postura, entendida en un sentido razonable, puede más bien ser refutada por mis resultados". WANG, *A logical journey….*, 76.

[5] Cf. DIEUDONNE, J., *Modern Axiomatic Method and the Foundations of Mathematics*, en: Le LIONNAIS, F. (ed.), *Great Currents of Mathematical Thought*, Dover, New York, 1971, 261.

[6] GÖDEL, K., *Algunos teoremas básicos de los fundamentos de las matemáticas y sus implicaciones filosóficas (Conferencia Gibbs),* en: RODRÍGUEZ CONSUEGRA, F. (ed.), *Kurt Gödel; Ensayos inéditos,* Mondadori, Barcelona, 1994, 155.

[7] La postura gödeliana al respecto, por lo pronto, parece identificarse a grandes rasgos con una posición aristotélica, según la cual en el origen de la "intuición matemática" es necesario el concurso de los sentidos. Cf. WANG; *op. cit.*, págs. 225 y ss.

[8] GÖDEL, *Algunos teoremas…,*143. Resuenan aquí las palabras de Kant, padre remoto del formalismo, para quien las proposiciones matemáticas no eran más que juicios sintéticos a priori: "El primero que demostró el triángulo isósceles (ya se haya llamado Thales o como se quiera) tuvo una iluminación; pues encontró que no debía guiarse por el mero concepto de ella, para aprender, por decirlo así, las propiedades de ella; sino que debía producirlas por medio de aquello que él mismo introducía a priori con el pensamiento según conceptos y exhibía (por construcción) [en ella] ; y que, para conocer con seguridad algo a priori, no debía atribuirle a la cosa nada más que lo que se seguía necesariamente de aquello que él mismo había puesto en ella según su concepto". KANT, I., *Crítica de la razón pura*, trad. CAIMI, M., Colihue, Buenos Aires, 2009. Prólogo a la segunda edición, B XII.

[9] Ibid.

[10] SAN AGUSTÍN, *De libero arbitrio,* II, 3, en: *Obras de San Agustín*, tomo III, trad., introducción y notas de SEIJAS, E., OSA., Biblioteca de Autores Cristianos, Madrid, 1963.

[11] Ibid., II, 6.

[12] Ibid.

[13] Ibid., II, 8.

[14] Ibid.

[15] Ibid.

[16] En términos contemporáneos, la proposición tal como la presenta Agustín no es matemática sino metamatemática.

[17] Ibid., 12.

[18] Ibid., 15.

[19] "Por supuesto que las ideas son las formas principales o las razones estables e inmutables de las cosas, las cuales no han sido formadas, y por ello son eternas y permanentes en su mismo ser que están contenidas en la inteligencia divina […]". SAN AGUSTÍN, *De diversis*

quaestionibus 83, q. XLVI, De ideis, 2, en: *Obras de San Agustín*, tomo XL, trad., introducción y notas de MADRID, T., Biblioteca de Autores Cristianos, Madrid, 1995.

[20] SANTO TOMÁS profundiza aun más esta identidad. Cf. *S. Th.*, I, q. 15, a. 2, resp.

[21] Especialmente todo el pasaje del libro VI en donde habla de la Idea de Bien como *epékeina tés ousías* (509b).

[22] El planteo agustiniano, tan natural por otro lado, es presentado de modo semejante por Gödel: "Realmente tenemos algo así como la percepción de los objetos de la teoría de conjuntos, como se puede ver por el hecho de que sus axiomas se nos imponen como siendo verdaderos. No veo ninguna razón por la que deberíamos tener menos confianza en esta clase de percepción y, en general, en la intuición matemática, que en la percepción sensible entendida en su sentido más amplio incluyendo, por ejemplo, mirar una ciudad desde un avión". El texto citado incluye correcciones posteriores del mismo Gödel por lo que no todas las ediciones lo incorporar así. Cf. WANG, *A logical journey*…, 226.